SUMÁRIO

[1 INTRODUÇÃO: 1](#_Toc480134292)

[2 DESENVOLVIMENTO 1](#_Toc480134293)

[2.1 A APLICAÇÃO – TEOREMA DE TAYLOR 1](#_Toc480134294)

[2.2 A METODOLOGIA – O PROGRAMA DE COMPUTADOR 2](#_Toc480134295)

[2.3 EXECUTANDO O PROGRAMA – TESTES PROPOSTOS 2](#_Toc480134296)

[3 CONCLUSÃO 4](#_Toc480134297)

[4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS: 4](#_Toc480134298)

[5 APÊNDICE: 4](#_Toc480134299)

# INTRODUÇÃO:

Este relatório aborda sobre a aplicação, em ambiente computacional PC, do Teorema de Taylor comparativamente à função exponencial f(x) = e^x, onde **e** é o número neperiano.

Para esta aplicação, a linguagem de programação adotada foi o Pascal e o Ambiente de Desenvolvimento Integrado utilizado é o Software Lazarus IDE v1.6.4 para Windows.

A aplicação consiste em um programa console que capta dois números digitados pelo usuário – o expoente x de f(x) = e^x e o número n, que é o limite de ordem da Série de Taylor – e faz o cálculo designado para confirmar a aproximação com o valor de e^x estipulado para comparação.

# DESENVOLVIMENTO

## A APLICAÇÃO – TEOREMA DE TAYLOR

A Fórmula de Taylor consiste num método de aproximação de uma função por um polinômio, possível de ser estimado.

Seja f: i → IR uma função que admite derivadas até ordem n num ponto c do intervalo I. O polinômio de Taylor de ordem n de f no ponto c, que denotamos por , é dado por:

Observamos que no ponto x = c, .

Determinando o polinômio de Taylor de ordem 4 na função no ponto c = 0.

Temos, e assim

.

Portanto,

É o polinômio de Taylor de ordem 4 da função no ponto c = 0 (Flemming, Diva Marília, Cálculo A: funções, limite, derivação, integração / Diva Marília Flemming, Mirian Buss Gonçalves. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006, pg. 233).

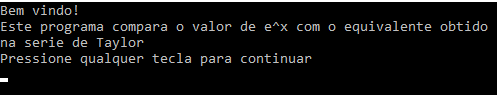
Generalizando,

## A METODOLOGIA – O PROGRAMA DE COMPUTADOR

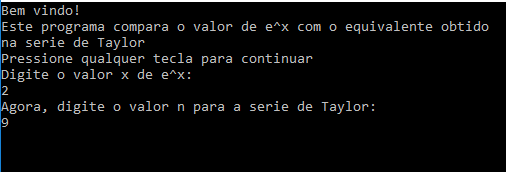
O algoritmo pede duas informações, o expoente x da função e^x e o número n, que é o limite de ordem da Série de Taylor. A partir dessas duas informações, o programa executa a função exp x e gera um resultado para comparação. Depois o programa entra num loop determinado pelo número n, onde calcula-se a Série de Taylor. Nesse cálculo, a expressão é dividida em quatro partes, ou seja, executa-se a Potenciação, o Fatorial e a divisão do resultado da Potenciação pelo resultado do Fatorial ciclo após ciclo, e a soma dessas divisões – o acumulado dos Loops anteriores com o valor do ciclo atual – até o limite de contagem ditado pelo número n. Ao final, compara-se o resultado da função exp x com o resultado obtido na Série de Taylor.

Abaixo, está o passo a passo do programa em execução:

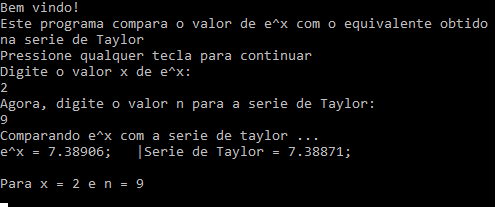
Este é o início do programa, onde o usuário é apresentado ao programa e solicitado a continuar.



Pede-se os valores de x e de n para cálculo:



Ele faz os cálculos e compara a série de Taylor com a função exp(x) para ver a proximidade entre os dois métodos:



## EXECUTANDO O PROGRAMA – TESTES PROPOSTOS

O desafio proposto para testar o programa construído consiste em calcular e verificar a aproximação entre a função f(x)= e^x , que exibe um valor considerado exato, e a Série de Taylor, que pode exibir um valor aproximado em relação à f(x)=e^x dependendo da ordem da Série, para x = 2 testado com diversos valores de n.

A tabela a seguir mostra os resultados dos testes:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Valor de x: | Valor de n: | Valor de f(x)=e^x: | Valor da Série de Taylor: |
| 2 | 0 | 7,38906 | 1,00000 |
| 2 | 1 | 7,38906 | 3,00000 |
| 2 | 2 | 7,38906 | 5,00000 |
| 2 | 3 | 7,38906 | 6,33333 |
| 2 | 4 | 7,38906 | 7,00000 |
| 2 | 5 | 7,38906 | 7,26667 |
| 2 | 6 | 7,38906 | 7,35556 |
| 2 | 7 | 7,38906 | 7,38095 |
| 2 | 8 | 7,38906 | 7,38730 |
| 2 | 9 | 7,38906 | 7,38871 |
| 2 | 10 | 7,38906 | 7,38899 |
| 2 | 11 | 7,38906 | 7,38905 |
| 2 | 12 | 7,38906 | 7,38905 |
| 2 | 13 | 7,38906 | 7,38906 |
| 2 | 14 | 7,38906 | 7,38906 |
| 2 | 18 | 7,38906 | 7,38906 |
| 2 | 30 | 7,38906 | 7,38906 |
| 2 | 50 | 7,38906 | 7,38906 |
| 2 | 100 | 7,38906 | 7,38906 |

Analisando a tabela, percebe-se que:

Para x=2 e n entre 0 e 4, o valor da Série de Taylor apresenta progressão visível entre dado valor de n e seu valor anterior. A variação numérica é da ordem de unidade.

Para x=2 e n entre 5 e 7, o valor da Série de Taylor progride menos, na ordem de 2 casas decimais.

Para x=2 e n entre 8 e 13, o valor da Série de Taylor varia na ordem do milésimo da unidade, isto é, a precisão vai aumentando.

Para x=2 e n à partir de 14, a precisão aumenta de modo que a variação torna-se desprezível. Para este teste, feito com 5 casas decimais, o valor tornou-se aparentemente constante. Valores isolados de n foram testados até o máximo de n valendo 100 e o resultado aparente foi idêntico.

# CONCLUSÃO

A Série de Taylor progride passo após passo até um valor limite, a partir do qual o resultado passa a ser aparentemente constante por conta do aumento progressivo da precisão dos resultados conforme o valor de n aumenta.

O programa de computador desenvolvido atende, de modo eficaz, ao objetivo do trabalho proposto, que é determinar a aproximação entre o resultado da função matemática f(x)=e^x e a Série de Taylor dentro de determinados valores de x e n.

Caso necessário, a precisão pode até ser aumentada para obter maior escala de precisão na amostragem dos resultados.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Flemming, D. M. (2006). *Cálculo A; funções, limite, derivação, integração.* São Paulo: Pearson Prentice Hall.

# APÊNDICE:

Código fonte do programa:

# **program TrabalhoComputacional1VersaoFinal;**

uses crt;

var x : integer; //Expoente de e^x.

n : integer; //Número digitado para a série de Taylor.

i : integer; //Variável de iteração para série de taylor.

rx : double; //Armazena o valor de e^x.

rt : double; //Armazena o valor da série de taylor.

cont : integer; //Contador para potXaI.

fmp : double; //Fator multiplicativo para potência.

e : integer; //Expoente da potência.

fat : double; //Fatorial.

cont1 : integer; //Contador para o fatorial.

s : double; //Somatório da série de taylor.

begin

writeln('Bem vindo!'); //Início do programa

writeln('Este programa compara o valor de e^x com o equivalente obtido ');

writeln('na serie de Taylor');

writeln('Pressione qualquer tecla para continuar');

readkey;

writeln('Digite o valor x de e^x: ');

read(x);

writeln('Agora, digite o valor n para a serie de Taylor: ');

read(n);

rx := exp(x); //Função e^x padrão para comparação

for i := 0 to n do

begin

fmp := 1;

e := i;

for cont := 1 to e do //Potência x^n

begin

fmp := fmp \* x;

end;

fat := 1;

for cont1 := i downto 1 do //Fatorial de n

begin

fat := fat \* cont1;

end;

rt := fmp / fat; //Ciclo da série de Taylor

s := s + rt; //Soma dos ciclos: Série de Taylor

end;

writeln('Comparando e^x com a serie de taylor ... ');

writeln('e^x = ',rx:0:5,'; |','Serie de Taylor = ',s:0:5,';');

writeln();

writeln('Para x = ',x,' e n = ',n);

readkey;

end.